

**GARA2 2022-23 SECONDARIA DI PRIMO GRADO INDIVIDUALE**
**ESERCIZIO 1**

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2023, KNAPSACK

**PROBLEMA**

In un deposito di pacchi esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun pacco è descritto mediante il seguente termine di nome tab avente tre argomenti:

$$\text{tab}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{guadagno in euro} \rangle, \langle \text{peso in kg} \rangle)$$

Un corriere ha i seguenti pacchi da consegnare:

$$\text{tab}(p1,90,125) \quad \text{tab}(p2,100,70) \quad \text{tab}(p3,70,80) \quad \text{tab}(p4,80,140) \quad \text{tab}(p5,35,60) \quad \text{tab}(p6,55,95)$$

L'obiettivo è avere il massimo guadagno (G) sapendo che nel suo furgone possono essere caricati al massimo 250 kg. Attenzione però, il guadagno deve essere di almeno 150€, altrimenti il corriere non riuscirà a sostenere i costi del viaggio. Definire la lista L delle sigle di tre pacchi diversi che compongono la combinazione che gli porterà il guadagno maggiore.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente, cioè seguendo l'ordine:  $p1 < p2 < p3 < \dots$

L	[ ]
G	

**SOLUZIONE**

L	[p2,p3,p6]
G	225

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per risolvere il problema occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di tre pacchi diversi, il loro guadagno e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "p1,p2,p4" è uguale alla combinazione "p4,p2,p1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o uguale a 250 kg) e tra queste scegliere quella che porta un guadagno maggiore. Nel problema presentato si evince immediatamente che le combinazioni che includono il pacco p1

oppure il pacco p4 (singolarmente e, a maggior ragione, contemporaneamente) non sono trasportabili in quanto il loro peso (125 kg e 140 kg) se aggiunto a quello di una qualsiasi altra coppia di pacchi dà un risultato superiore a quello massimo trasportabile (250 kg). Di conseguenza tali combinazioni vengono immediatamente scartate senza calcolarne il valore e il costo complessivo, velocizzando il processo complessivo. D'altro canto, non esistono combinazioni che possono essere scartate a priori grazie al loro guadagno complessivo inferiore al minimo; infatti, anche la presenza contemporanea dei pacchi p5, p6 e p3 e (quelli con guadagno minore) produce un guadagno complessivo non inferiore al minimo consentito (150€), quindi questo vincolo non permette di scartare a priori terne di pacchi.

COMBINAZIONI	GUADAGNO	PESO	CARICABILE
[p1,p2,p3]		scartata	no
[p1,p2,p4]		scartata	no
[p1,p2,p5]		scartata	no
[p1,p2,p6]		scartata	no
[p1,p3,p4]		scartata	no
[p1,p3,p5]		scartata	no
[p1,p3,p6]		scartata	no
[p1,p4,p5]		scartata	no
[p1,p4,p6]		scartata	no
[p1,p5,p6]		scartata	no
[p2,p3,p4]		scartata	no
[p2,p3,p5]	205	210	sì
[p2,p3,p6]	<u>225</u>	245	sì
[p2,p4,p5]		scartata	no
[p2,p4,p6]		scartata	no
[p2,p5,p6]	190	225	sì
[p3,p4,p5]		scartata	no
[p3,p4,p6]		scartata	no
[p3,p5,p6]	160	235	sì
[p4,p5,p6]		scartata	no

Dal precedente prospetto si deduce la soluzione.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” pacco, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” pacco, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

## ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2023, ROBOT E AUTOMI.

In particolare, si ricordi quanto segue. Le informazioni sul robot necessarie per risolvere il problema sono la sua posizione nel campo di gara, che può essere descritta dalle due coordinate e dalla direzione verso cui è rivolto. Queste tre informazioni, collettivamente, vengono chiamate stato del robot (nel caso specifico del problema, della nave). Lo stato del robot (ad un certo momento) può essere descritto in modo formale attraverso una lista di tre termini (una lista di tre termini viene chiamata anche tripla), ad esempio da  $[X,Y,D]$  in cui  $X$  e  $Y$  sono le coordinate del robot sul campo di gara mentre  $D$  è la direzione. Una tripla può a sua volta essere un elemento di un'altra lista: in questo caso attenzione a usare bene le parentesi. Ad esempio, la lista formata dalle triple  $[3,5,N]$  e  $[9,12,E]$  deve essere scritta come  $[[3,5,N],[9,12,E]]$  dove la coppia di parentesi più esterne serve a indicare inizio e fine della lista e le parentesi più interne indicano le triple. Una lista  $L$  formata da una sola tripla, ad esempio  $[1,0,W]$ , deve essere scritta come  $[[1,0,W]]$ . Una lista può anche non contenere nessun elemento, e in tal caso viene detta *lista vuota* e viene indicata con  $[]$  (una coppia di parentesi dentro cui non c'è nulla). Quindi fate attenzione a leggere bene i quesiti per capire il formato della risposta: in certi quesiti viene chiesto di dare come risposta una singola tripla mentre in altri una lista di triple, che potrebbe anche essere formata da una singola tripla.

## PROBLEMA

L'azienda più famosa al mondo per i giochi da tavolo più tecnologici sul mercato, la “Intelligentoni Spa”, quest'anno ha deciso di creare una nuova versione del grande classico della “Battaglia Navale” chiamata “Guerra dei tesori”. Innanzitutto, ha deciso di ridurre i campi da gioco da quattro a uno programmabile di dimensione  $20 \times 20$  e di rendere le caselle identificabili tramite coordinate cartesiane ( $[1,1],[1,2],\dots, [2,1],[2,2]$ , ecc.). I giocatori hanno a disposizione solo una nave a testa che a turno possono spostare con un telecomando e tramite tre comandi del tipo  $f$ ,  $o$ ,  $a$ . Il nuovo gioco non consiste più nell'affondare le navi dell'avversario, ma nel cercare a turno alla cieca quattro tesori nascosti, da ciascuno dei giocatori, a inizio partita in varie caselle. Nel momento in cui la nave passa sopra a una casella marcata come tesoro si illumina per avvisare del ritrovamento per poi proseguire senza alcun intoppo. Vince il giocatore che per primo trova i tesori dell'avversario.

Leonardo e Daniele sono tra i primi ad aver comprato “Guerra dei tesori” non appena uscito nei negozi. Emozionati e impazienti di giocare, con aria di sfida prendono i loro telecomandi e nascondono i tesori nel campo da gioco, Leonardo li posiziona nelle caselle  $[5,6]$ ,  $[8,7]$ ,  $[10,10]$ ,  $[12,4]$ , mentre Daniele nelle caselle  $[5,9]$ ,  $[5,11]$ ,  $[14,8]$ ,  $[14,7]$ .

Giocano a morra cinese per decidere il primo a muovere la nave e vince Leonardo, che la fa partire dallo stato  $[5,12,S]$  ed esegue i comandi  $L1 = [f,f,f]$ . Ha trovato qualche tesoro di Daniele e se sì, quali? E in che direzione era la nave al momento del ritrovamento?

Fornisci le risposte indicando la lista  $L2$  degli stati della nave quando si illumina.

Successivamente Daniele imposta lo stato della propria nave a  $[9,9,N]$  ed esegue i comandi  $L3 = [f,o,f]$ . Ha trovato qualche tesoro di Leonardo e se sì, in quali caselle? E in che direzione era la nave al momento del ritrovamento?

Fornisci le risposte indicando la lista  $L4$  degli stati della nave quando si illumina.

La mamma di Daniele e Leonardo li avvisa che è quasi ora di cena, ma che hanno ancora cinque minuti e allora Leonardo decide di fare un'altra mossa, imposta lo stato della nave a [15,8,W] (dove W sta per ovest) ed esegue i comandi L5= [f,a,f]. Ha trovato qualche tesoro di Daniele e se sì, quali? E in che direzione era la nave al momento del ritrovamento? Fornisci le risposte indicando la lista L6 degli stati della nave quando si illumina.

L2	[ ]
L4	[ ]
L6	[ ]

(Suggerimento. La lista degli stati della nave al momento del ritrovamento dei tesori può essere composta anche da una sola tripla)

### SOLUZIONE

L2	[[5,11,S],[5,9,S]]
L4	[[10,10,E]]
L6	[[14,8,W],[14,7,S]]

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Inizialmente la nave di Leonardo si trova nello stato [5,12,S]. Durante l'esecuzione della lista di comandi L1=[f,f,f] lo stato della nave cambia come segue:

1. comando **f**; da [5,12,S] a [5,11,S], la nave si illumina in quanto passa su una casella che nasconde un tesoro di Daniele
2. comando **f**; da [5,11,S] a [5,10,S]
3. comando **f**; da [5,10,S] a [5,9,S], la nave si illumina in quanto passa su una casella che nasconde un tesoro di Daniele

Dunque, la lista di stati L2 è così composta **L2= [[5,11,S],[5,9,S]]**

Inizialmente la nave di Daniele si trova nello stato [9,9,N]. Durante l'esecuzione della lista di comandi L3=[f,o,f] lo stato della nave cambia come segue:

1. comando **f**; da [9,9,N] a [9,10,N]
2. comando **o**; da [9,10,N] a [9,10,E]
3. comando **f**; da [9,10,E] a [10,10,E], la nave si illumina in quanto passa su una casella che nasconde un tesoro di Leonardo

Dunque, la lista di stati L4 è così composta **L4= [[10,10,E]]**

Inizialmente la nave di Leonardo si trova nello stato [15,8,W]. Durante l'esecuzione della lista di comandi L5= [f,a,f] lo stato della nave cambia come segue:

1. comando **f**; da [15,8,W] a [14,8,W], la nave si illumina in quanto passa su una casella che nasconde un tesoro di Daniele
2. comando **a**; da [14,8,W] a [14,8,S]
3. comando **f**; da [14,8,S] a [14,7,S], la nave si illumina in quanto passa su una casella che



nasconde un tesoro di Daniele

Dunque, la lista di stati  $L_6$  è così composta  $L_6 = [[14,8,W],[14,7,S]]$ .

### ESERCIZIO 3

Si veda la GUIDA OPS 2023, GRAFI.

In particolare, ricordate che un cammino da un nodo  $N$  a un nodo  $M$  è descritto da una lista che elenca tutti i nodi che appartengono al cammino, estremi compresi: dunque una lista in cui il primo elemento è  $N$  e l'ultimo è  $M$ .

### PROBLEMA

Luca è un biologo, e ogni mattina prende la metro per andare a lavorare nel suo laboratorio. È sempre stato abituato a prendere un singolo treno diretto per il laboratorio, ed essendo molto pigro non ha mai pensato a possibili tragitti alternativi. Oggi però la tratta da casa sua al laboratorio è stata chiusa per lavori. Ora Luca è costretto a trovare un piano alternativo per andare al lavoro e decide quindi di darsi una svegliata e studiare un po' la rete della metropolitana della sua città: forse, conoscendola meglio, potrebbe anche uscire di casa per andare a fare un giro in altre parti della città! E magari divertirsi! Aiutatelo!

L'azienda che gestisce la rete metropolitana

descrive le tratte unidirezionali della rete usando termini con il seguente formato:

**tratta(<partenza>,<fermata>)**

La rete della città di Luca è descritta dal seguente insieme di termini (ciascuna lettera indica una stazione della metropolitana):

tratta(A,B)   tratta(B,F)   tratta(G,H)   tratta(D,E)

tratta(A,C)   tratta(F,A)   tratta(C,G)   tratta(E,H)

tratta(F,G)   tratta(C,D)   tratta(H,D)

tratta(A,G)   tratta(G,F)   tratta(D,G)

Aiuta Luca rispondendo ai seguenti quesiti:

1. Trovare la lista  $L_1$  che elenca, in ordine alfabetico, le stazioni in cui il numero dei treni che arrivano è minore o uguale a 1;
2. Trovare il percorso per andare da A (casa di Luca) ad E (laboratorio) attraversando il minimo numero di stazioni ed evitando la tratta da C a D, che è sovraffollata; descrivete il percorso nella lista  $C_1$
3. Nel suo giorno libero, Luca vorrebbe visitare tutte le stazioni della metro, ma passando una sola volta in ciascuna stazione per non annoiarsi. Trovate il percorso che fa per lui e descrivetelo mediante la lista  $C_2$ ; se non ci riuscite e pensate che non sia possibile, rispondete con la singola lettera N

L1	[		]
----	---	--	---

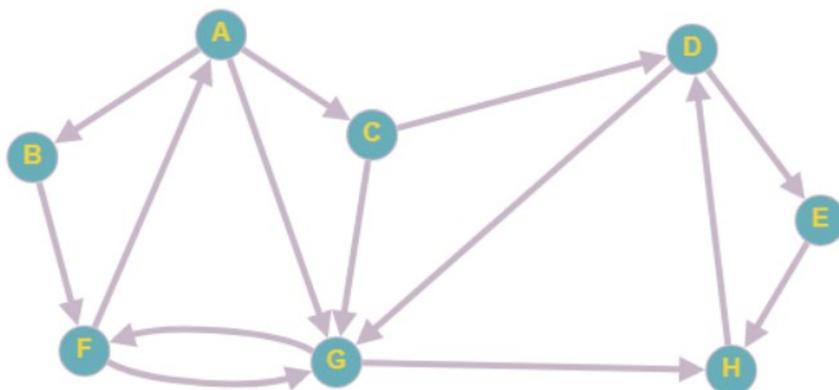
C1	[ ]
C2	[ ]

SOLUZIONE:

L1	[A,B,C,E]
C1	[A,G,H,D,E]
C2	[N]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per rispondere alle domande disegniamo il grafo non-pesato e orientato (perché le tratte sono unidirezionali) descritto dal problema.



Per rispondere alla prima domanda basta osservare il grafo appena disegnato e si nota subito che i nodi con grado entrante minore o uguale a 1 sono quattro: A, B, C ed E che creano la lista L1 = [A,B,C,E].

Per rispondere alla seconda domanda, dobbiamo individuare il cammino da A ad E che ha il minor numero possibile di nodi. Innanzitutto, osserviamo che il cammino con il minor numero di nodi è semplice (ovviamente: se contiene un nodo ripetuto vuol dire che c'è un cammino più corto che evita la ripetizione). Osserviamo il grafo. Si nota subito che per minimizzare il numero di nodi partendo da A, è opportuno scegliere, come secondo nodo del cammino, il nodo G. Infatti, analizzando le altre due possibilità, C e B, si vede che si generano cammini più lunghi:

1. se si scegliesse C, dovendo poi evitare l'arco (C,D), come terzo nodo si dovrebbe scegliere per forza G e quindi si avrebbe un cammino più lungo di quelli in cui il secondo nodo è G
2. se si scegliesse B, poi il terzo nodo dovrebbe essere per forza F, mentre per il quarto ci sono due possibilità:

3. tornare in A, ma a questo punto si avrebbe un cammino non semplice che sicuramente non è il più corto possibile
4. andare in G, ma a questo punto si avrebbe un cammino sicuramente più lungo di quello che si può trovare se come secondo nodo si sceglie G.

Una volta stabilito che il secondo nodo del cammino più corto è G, per raggiungere E tutte le scelte sono obbligate: si va da G in H, da H in D e da D si arriva a destinazione. Quindi **C1=[A,G,H,D,E]**.

Per rispondere alla terza domanda, è necessario trovare un cammino semplice che parta da A e passi per tutti gli altri nodi del grafo. Si può subito notare come, partendo da A ci siano due scelte: andare in B o andare in C. Se si sceglie di andare subito nel nodo B, non si potrà più tornare nel nodo C in quanto l'unico arco che permette di andare in C è l'arco (A,C), e dunque si dovrebbe tornare di nuovo in A, ma questo renderebbe il cammino non semplice (in quanto A fa già parte del cammino). In modo analogo, se si sceglie di iniziare il cammino andando subito da A a C, l'unico modo per poter successivamente visitare B sarebbe quello di tornare di nuovo in A (B ha grado entrante pari a 1 e l'unico arco che entra in B è (A,B) ), rendendo il cammino non semplice. Questo ci forzerebbe di andare in G e da lì in F e poi di nuovo in A per aggiungere il nodo B rendendo anche in questo caso il cammino non semplice. Dunque, non è possibile trovare un cammino semplice che parta da A e passi per tutti gli altri nodi del grafo, quindi la risposta è **N**.

#### ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2023, CRITTOGRAFIA

#### PROBLEMA

1. Usando il cifrario di Cesare, decrittare la parola WIGJONUTCIHUFY con chiave 20
2. Usando la chiave di crittazione:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
E	U	I	J	K	O	L	M	G	V	S	Q	W	H	Y	B	F	X	N	R	D	Z	T	A	C	P

crittare la parola SPAZIO

3. Decrittare la parola FDEFFIRYETEWLYTL sapendo che, con la medesima chiave di crittazione, le seguenti parole sono crittate come segue:

SASSO => FEFFR

MASSO => WEFFR

PINETA => DIYLTE

Scrivere le risposte nella riga corrispondente della tabella sottostante:

1	
2	
3	

**SOLUZIONE**

1	COMPUTAZIONALE
2	NBEPGY
3	SPASSIONATAMENTE

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

1. Utilizzando la chiave 20

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
20	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t

segue:

W	I	G	J	O	N	U	T	C	I	H	U	F	Y
C	O	M	P	U	T	A	Z	I	O	N	A	L	E

2. Tenendo conto della chiave proposta abbiamo

S	P	A	Z	I	O
N	B	E	P	G	Y

3. Utilizzando la chiave parziale costruita con le corrispondenze date

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
E			L				I				W	Y	R	D			F	T							

abbiamo

F	D	E	F	F	I	R	Y	E	T	E	W	L	Y	T	L
S	P	A	S	S	I	O	N	A	T	A	M	E	N	T	E

**ESERCIZIO 5**

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2023 - ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO

**PROBLEMA**

Data la seguente procedura

procedure Ciclo1;

variables K, N, B, S1, S2 integer;

read N;

S1 = 0;

```

S2 = 0;
for K from 1 to N step 1
    read B;
    if B < 11      then S1 = S1 + B; endif;
    if B > 5       then S2 = S2 + B; endif;
endfor;
write S1, S2;
endprocedure;
    
```

In input  $N = 8$  e gli otto valori di  $B$  sono i seguenti: 3, 7, 5, 9, 5, 11, 9, 7.  
Calcolare i valori di output e scriverli nella tabella sottostante.

S1	
S2	

SOLUZIONE

S1	45
S2	43

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In  $S1$  sono accumulati i valori di  $B$  minori di 11,  $S1 = 3+7+5+9+5+9+7=45$

In  $S2$  sono accumulati i valori di  $B$  maggiori di 5,  $S2 = 7+9+11+9+7= 43$

### ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2023 - ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO

### PROBLEMA

Data la seguente procedura

```

procedure Ciclo2;
variables K, A, B integer;
A = 1;
B = 0;
for K from 1 to 3 step 1
    A = A + X;
    B = B + Y;
endfor;
write A, B;
endprocedure;
    
```

Nelle istruzioni  $A = A + X$ ; e  $B = B + Y$  trovare i valori numerici da assegnare a  $X$  e a  $Y$  in modo che in output si abbia  $A = 10$  e  $B = 18$ . Scrivere tali valori nella tabella sottostante.

X	
Y	

**SOLUZIONE**

X	3
Y	6

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

$$X = 3 \quad A = 1 + 3 + 3 + 3 = 10$$

$$Y = 6 \quad B = 0 + 6 + 6 + 6 = 18.$$

**ESERCIZIO 7**

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2023 - ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO

**PROBLEMA**

Data la seguente procedura

```

procedura Ciclo3;
variables K, N, B, C, S1 integer;
read N;
S1 = 0;
for K from 1 to N step 1
    read B;
    if B > 10    then S1 = X + 1; endif;
endfor;
C = W - X;
write C;
endprocedura;
    
```

Trovare le sostituzioni per X, W con nomi di variabili della procedura in modo che in output sia restituito il numero dei valori di B minori o uguali a 10. Scrivere i nomi delle variabili trovate nella tabella sottostante.

X	
W	

**SOLUZIONE**

X	S1
W	N

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

In S1 vengono contati tutti i valori di B maggiori di 10. Quindi  $S1 = S1 + 1$ .

Il numero dei valori di B minori o uguali a 10 è dato dal numero totale N dei valori letti meno il numero di quelli maggiori di 10.

Dunque,  $C = N - S1$ .

**ESERCIZIO 8**
**PROBLEM**

Mark has just moved to a new city. He discovered that public transportation in the new city doesn't run very well, so he decided to get a subscription for electric scooters. There are 4 possibilities:

- Option A: 3€ per month and 0.15€ per minute.
- Option B: 20€ per month for 15 free rides; then from the 16th ride it's 1.50€ per ride.
- Option C: 40€ per month for 40 free rides; then from the 41st ride it's 1.50€ per ride.
- Option D: 1€ per ride and 0.15€ per minute.

Now Mark makes three hypotheses on the rides that he may need for each month:

- Hypothesis 1: 20 rides of 10 minutes each.
- Hypothesis 2: 40 rides of 10 minutes each.
- Hypothesis 3: 5 rides of 10 minutes each.

What is the most convenient option (from each of the three hypotheses)?

Write A, B, C or D in the boxes below.

Hypothesis 1	
Hypothesis 2	
Hypothesis 3	

#### SOLUTION

Hypothesis 1	B
Hypothesis 2	C
Hypothesis 3	A

#### TIPS FOR THE SOLUTION

We just need to calculate the price of each option from each hypothesis:

-----	Hypothesis 1	Hypothesis 2	Hypothesis 3
Option A	$3+0.15 \times 10 \times 20=33$	$3+0.15 \times 10 \times 40=63$	$3+0.15 \times 10 \times 5=10,5$
Option B	$20+1.50 \times 5=27,5$	$20+1.50 \times 25=57,5$	20
Option C	40	40	40
Option D	$20+0.15 \times 10 \times 20=50$	$40+0.15 \times 40 \times 40=100$	$5+0.15 \times 10 \times 5=12,5$