

GARA5 2020-21 SECONDARIA DI SECONDO GRADO INDIVIDUALE
ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020-21, problema ricorrente KNAPSACK

PROBLEMA

Un corriere ha i seguenti pacchi da consegnare; ognuno di essi, oltre a una sigla identificativa ha un certo peso (in kg) e gli porterà un certo guadagno (in €):

$tab(<sigla>, <guadagno>, <peso>)$

$tab(p1,50,30)$ $tab(p2,60,40)$ $tab(p3,50,25)$ $tab(p4,20,50)$

L'obiettivo è avere il massimo guadagno (G) sapendo che nel suo furgone possono essere caricati al massimo 85 kg. Attenzione però, il corriere può decidere di consegnare quanti pacchi vuole per raggiungere il suo obiettivo (quindi anche un solo pacco, oppure 2, oppure 3, oppure tutti e 4). Inoltre, egli sa che a parità di altre condizioni, gli conviene consegnare il pacco p1 perché è più probabile che da quella consegna ottenga anche una mancia. Definire la lista L delle sigle dei pacchi diversi che compongono il sottoinsieme che gli porterà il guadagno maggiore.

Scrivere la lista L e il corrispondente guadagno G nella tabella sottostante.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente, cioè seguendo l'ordine:

$p1 < p2 < p3 < \dots$

L	[]
G	

SOLUZIONE

L	[p1,p2]
G	110

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema occorre considerare *tutti* i possibili *sottoinsiemi* dell'insieme di 4 pacchi, il loro guadagno e il loro peso, prestando attenzione ai dati del problema da cui emerge la possibilità di escludere alcuni sottoinsiemi velocizzando il calcolo della soluzione.

N.B. Per elencare tutti i possibili sottoinsiemi dell'insieme iniziale di 4 pacchi partiamo dai sottoinsiemi costituiti di un solo elemento, quelli costituiti da 2 elementi, quelli costituiti da 3 elementi e infine tutti e 4 gli elementi, ricordando che i sottoinsiemi sono indipendenti dall'ordine (ad esempio il sottoinsieme "p1,p2" è uguale al sottoinsieme "p2,p1").

Costruiti i sottoinsiemi occorre individuare quelli trasportabili (cioè con peso complessivo minore o uguale a 85 kg) e tra questi scegliere quelli che permettono un guadagno maggiore; a parità di altre condizioni dobbiamo dare preferenza al sottoinsieme che contiene l'elemento p1 perché può portare ad ottenere una mancia.

SOTTOINSIEMI	GUADAGNO	PESO	CARICABILE
[p1]	50	30	sì
[p2]	60	40	sì
[p3]	50	25	sì
[p4]	20	50	sì



[p1,p2]	<u>110</u>	70	sì
[p1,p3]	100	55	sì
[p1,p4]	70	80	sì
[p2,p3]	<u>110</u>	65	sì
[p2,p4]		90	no
[p3,p4]	70	75	sì
[p1,p2,p3]		95	no
[p1,p2,p4]		120	no
[p1,p3,p4]		105	no
[p2,p3,p4]		115	no
[p1,p2,p3,p4]		145	no

Dal precedente prospetto si deduce che entrambi i sottoinsiemi [p1,p2] e [p2,p3] danno lo stesso guadagno massimo, in questo caso deve essere scelto quello che contiene l'elemento p1, come da testo del problema.

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020-21, problema ricorrente PIANIFICAZIONE

PROBLEMA

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

Attività	Giorni
A1	6
A2	9
A3	8
A4	7
A5	6
A6	4
A7	2

Le attività devono *succedersi opportunamente* nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi le *priorità* sono descritte con coppie di sigle. Ad esempio, la priorità [A1,A2] indica che l'attività A2 potrà essere iniziata solo dopo il completamento dell'attività A1.

Le priorità tra le attività sono: [A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A2,A5], [A3,A6], [A4,A6], [A5,A6], [A6,A7].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).

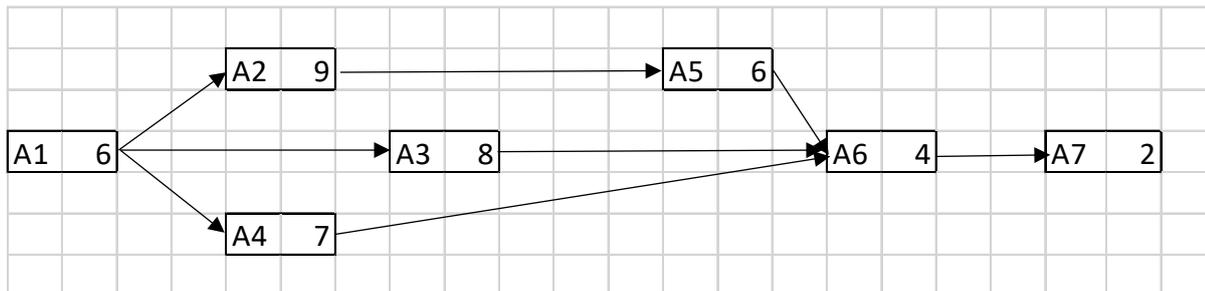
N	
---	--

SOLUZIONE

N	27
---	----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dal diagramma delle precedenze,



si calcola la somma $A1 + (A2 + A5) + A6 + A7$
 $6 + 15 + 4 + 2 = 27$ giorni

considerando che le attività (A2+A5), A3 e A4 possono essere svolte in parallelo e che la più lunga delle tre (A2+A5) richiede in tutto 15 giorni di tempo per essere completata.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020-21, problema ricorrente CRITTOGRAFIA

PROBLEMA

1) Usando il cifrario di Cesare, decifrare il messaggio OZKHN CH RHDMZ

sapendo che il risultato di una doppia cifratura, prima con chiave 20, poi con chiave 5.

2) Decifrare il messaggio AXHX PFXDDX sapendo che, con la medesima chiave di crittazione, le seguenti parole sono cifrate come segue:

COCCHIO => YOYYBZO
 AVVENTORI => KMMXFDOPZ
 DADA => QKQK

3) Usando un algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica e considerando la tavola Vigenère, decifrare la parola DWJUVQM sapendo che è stata cifrata due volte con chiave TRE.

Scrivere le risposte nella tabella sottostante nella riga che corrisponde al numero della domanda.

Se la risposta è costituita da più parole ogni parola deve distanziarsi dall'altra di un SOLO spazio.

1	
2	
3	

SOLUZIONE



1	PALIO DI SIENA
2	MELE RENETTE
3	ROBINIA

COMMENTI ALLA RISPOSTA

1)A partire dal messaggio cifrato, prima dobbiamo decrittare con chiave 5 e successivamente con chiave 20 per ottenere il messaggio originale.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
5	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e

Dunque OZKHN CH RHDHMZ diventa JUFCI XC MCYHU in chiave 5.

Ora decrittiamo JUFCI XC MCYHU con la chiave 20

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
20	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t

ottenendo il messaggio cercato PALIO DI SIENA

2)Dalla corrispondenza tra le parole e loro crittazione

COCCHIO => YOYYBZO

AVVENTORI => KMMXFDOPZ

DADA => QKQK

MILLE => AZHHX

è possibile ricostruire in parte la chiave

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
K		Y	Q	X			B	Z			H	A	F	O			P		D		M				

che permette comunque di decifrare il messaggio AXHX PFXDDX

A	X	H	X		P	X	F	X	D	D	X
M	E	L	E		R	E	N	E	T	T	E

3)Applicando la tabella di Vigenère due volte successivamente

	D	W	J	U	V	Q	M
	T	R	E	T	R	E	T
1	K	F	F	B	E	M	T
	T	R	E	T	R	E	T
2	R	O	B	I	N	I	A

otteniamo ROBINIA come parola finale

ESERCIZIO 4

Premessa.



Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020-21, problema ricorrente GRAFI.

Inoltre si utilizza nel problema il concetto matematico di valore assoluto tra due numeri che viene spiegato nel seguito in modo non rigoroso ma utile per trovare la soluzione.

Siano m e n sono due numeri interi positivi o nulli.

Con la scrittura $|m - n|$ (leggere “valore assoluto di $m - n$ ”) si intende :

$$\text{se } m \geq n \text{ allora } |m - n| = m - n$$

$$\text{se } m < n \text{ allora } |m - n| = n - m$$

Esempi . $|12 - 3| = 12 - 3 = 9$

$$|8 - 15| = 15 - 8 = 7$$

PROBLEMA

Grazie ai tanti allenamenti fatti nelle precedenti gare OPS, Gianluca è diventato piuttosto bravo ad usare il suo robot (eh sì, ora possiamo dirvelo: il proprietario del robot di cui si è parlato nei problemi di tipologia MOVIMENTI DI UN ROBOT era proprio Gianluca!). È quindi pronto per partecipare ad una gara.

La gara si svolge su un classico campo formato da una griglia di caselle. Alcune caselle, denominate obiettivi, contengono una bandierina che il robot può afferrare quando passa (solo per la prima volta) in tale casella. Ogni bandierina presa vale una certa quantità di punti. Per descrivere gli obiettivi (ovvero le loro posizioni e il loro valore in termini di punteggio), si usano dei termini così definiti:

obiettivo(<nome>,<ascissa>,<ordinata>,<punti>)

Gli stessi termini sono anche usati per descrivere la casella di partenza e quella di arrivo del robot, assegnando a tali caselle 0 punti. Il nome della casella di partenza è sempre P e quello della casella di arrivo è sempre Q. Il campo in cui si svolge la gara odierna è descritto dai seguenti termini:

obiettivo(P, 40,40,0)

obiettivo(Q,19,67,0)

obiettivo(A,25,53,10)

obiettivo(B,55,61,8)

Per spostamento tra due caselle C1 e C2 (con assegnate coordinate) si intende la somma dei movimenti verticali e orizzontali per raggiungere C2 partendo da C1 o viceversa, senza considerare i cambi di orientamento.

Il movimento verticale è il valore assoluto della differenza tra le ordinate di C1 e C2

Il movimento orizzontale è il valore assoluto della differenza tra le ascisse di C1 e C2

Esempi C1=[20,5] e C2=[15,5] spostamento C1C2 = $|20 - 15| + |5 - 5| = (20 - 15) + (5 - 5) = 5 + 0 = 5$

C1=[12,15] e C2=[30,5] spostamento C1C2 = $|12 - 30| + |15 - 5| = (30 - 12) + (15 - 5) = 28$

Durante la gara il robot deve compiere un percorso dalla casella di partenza a quella di arrivo, e se attraversa un obiettivo guadagna i punti della bandierina. Inoltre, nel determinare il vincitore, si tiene conto del numero di spostamenti effettuati dai robot: a parità di punteggio, vince il robot che ha effettuato il numero minore di spostamenti.

Una lista di obiettivi elenca, in ordine, i nomi degli obiettivi (comprese le caselle di partenza e di arrivo) attraversati dal robot durante la gara. Ad esempio, una lista di obiettivi, per una gara diversa in cui c'è un obiettivo di nome X, può essere [P,X,Q] che vuol dire che il robot parte da P, poi deve recarsi verso l'obiettivo X e infine verso l'obiettivo Q.

Gianluca è molto bravo a impostare i comandi del robot in modo da fargli fare il numero minimo di spostamenti necessari per andare da una casella ad un'altra, ma è indeciso su quale strategia adottare. Aiutate Gianluca a pianificare la sua strategia di gara, trovando:

1. la lista degli obiettivi L1 che consente di andare da P a Q con il minor numero di spostamenti possibile tra quelle che totalizzano almeno 5 punti



semplici da P a Q, che riportiamo nella tabella seguente, insieme con il loro costo e il numero di punti che ciascuno di essi permette di acquisire:

CAMMINO da P a Q	Punteggio	Spostamento
[P,Q]	0	48
[P,A,Q]	10	48
[P,B,Q]	8	78
[P,A,B,Q]	18	108
[P,B,A,Q]	18	94

Veniamo ai quesiti.

1. per avere almeno 5 punti, è necessario attraversare almeno uno tra A e B, quindi L1 è la lista di ha costo minimo tra quelle che contengono almeno uno tra A e B, quindi [P,A,Q]
2. L2 è la lista di costo minimo tra quelle che contengono sia A che B, quindi [P,B,A,Q]
3. L3 è la lista che consente di acquisire il maggior numero di punti tra quelle di costo minimo, ovvero [P,A,Q] (come L1)

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020-21, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```
procedure PROVA1;  
variables A, B, M, K integer;  
input A;  
M =15;  
for K = 1 to 10 do  
    input B;  
    if B < A      then M = M + M * 2; endif;  
endfor;  
output M;  
end procedure;
```

Sapendo che in input A = 6 e i valori per B sono rispettivamente: 7,4,8,6,1,9,5,6,8,7 determinare il valore di M in output e scriverlo nella casella sottostante.

M	
---	--

SOLUZIONE

M	405
---	-----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

L'istruzione di calcolo all'interno dell'if viene eseguita solo quando $B < A$ cioè solo per i valori 4, 1 e 5 di B. In questi casi alla variabile M, inizializzata a 15, viene assegnato il nuovo valore che si ottiene sommando il suo precedente valore al suo precedente valore * 2.



M quindi assume la seguente sequenza di valori: 15 (il valore di inizializzazione), 45 (cioè 15+30), 135 (cioè 45+90), 405 (cioè 135+270).

ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020-21, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedure PROVA2;
variables T, M, A, E, F, K integer;
M = 10;
T = 0;
for K = 1 to 3 do
    input E;
    A = M - E;
    T = T + A;
endfor;
F = T / 3;
output F;
end procedure;
```

I valori di input E sono rispettivamente: 3,4,2. Determinare il valore di output e scriverlo nella cella sottostante

F	
---	--

SOLUZIONE

F	7
---	---

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Questo codice calcola la media dei 3 voti ottenuti togliendo il numero di errori (E) al voto massimo 10 (M). I 3 voti vengono calcolati e memorizzati nella variabile A e sommati di volta in volta nella variabile T. Infine, si calcola la media (T/3) e la si memorizza nella variabile F.

K	A=M-E	M	E	T=T+A	F=T/3
		10		0	
1	7	10	3	7	
2	6	10	4	13	
3	8	10	2	21	
					7

ESERCIZIO 7

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2020-21, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO

PROBLEMA



Si consideri la seguente procedura PROVA3.

```

procedure PROVA3;
variables P, T, S integer;
input P;
if P > 100    then X = (P/100)*2;
               else S = (Y/100)*5;

endif;
T = P + Z;
output T;
end procedure;

```

Questa procedura calcola le spese di spedizione (S) in base al prezzo (P) e la spesa totale (T).
Trovare le sostituzioni per i simboli X, Y, Z con appropriati nomi di variabili dichiarate nella procedura o valori.

Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

X	
Y	
Z	

SOLUZIONE

X	S
Y	P
Z	S

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Se il prezzo P è maggiore di 100 allora le spese di spedizione S sono il 2% del prezzo, quindi la giusta sostituzione del simbolo X è S. Altrimenti, le spese sono il 5% del prezzo, quindi la giusta sostituzione del simbolo Y è P. Infine il totale T viene calcolato come somma del prezzo P e delle spese S, quindi la giusta sostituzione del simbolo Z è S.

PROBLEM

Nicole is playing with two loaded dice (with six sides each). The tables below show the “weights” for each face of the two dice.

Dice 1

1	2	3	4	5	6
10%	10%	40%	30%	5%	5%

Dice 2

1	2	3	4	5	6
20%	20%	20%	20%	20%	0%

- 1) What is the probability (as a percentage) that throwing the two dice at the same time will result in a sum of 9?



- 2) What is the probability (as a percentage) that throwing the two dice at the same time will result in a sum of 12?
- 3) What is the probability (as a percentage) that throwing the two dice at the same time will result in a sum of 7?

Write your answers as integers (eventually rounded to the nearest integer number and without the “%”) in the boxes below.

1	
2	
3	

SOLUTION

1	8
2	0
3	18

TIPS FOR THE SOLUTION

In order to answer #1 we observe that only one of the pairs of numbers (3,6), (4,5), (5,4), (6,3) can come to that sum. So the probability is

$$\frac{4}{100} \cdot \frac{0}{100} + \frac{3}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{5}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{5}{100} \cdot \frac{2}{100} = \frac{8}{100}$$

In order to answer #2 we observe that the only number pair is (6,6), which is impossible since the second dice will never give 6 as a result.

In order to answer #3 we observe that only one of the pairs of numbers (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) can come to that sum. So the probability is

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{0}{100} + \frac{1}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{4}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{3}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{5}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{5}{100} \cdot \frac{2}{100} = \frac{18}{100}$$